

L'idea che esista un nesso profondo fra il significato degli enunciati e le loro condizioni di verità rappresenta uno dei cardini attorno a cui si è sviluppata buona parte delle riflessioni della logica e della filosofia del linguaggio di impostazione analitica.

Un utile punto di riferimento è rappresentato da alcune proposizioni del *Tractatus* di Wittgenstein:

Comprendere una proposizione vuol dire sapere che accada se essa è vera.
[Prop. 4.024.]

[...] Invece di: questa proposizione ha questo e quest'altro senso, si può semplicemente dire: questa proposizione rappresenta questa e quest'altra situazione. [Prop. 4.031.]

[...] Per poter dire "p" è vera (o falsa), devo aver determinato in che circostanze io chiamo vera "p", determinando così il senso della proposizione.

Secondo questo punto di vista, un enunciato dichiarativo (come p. e. *Leo sta correndo*) ha eminentemente lo scopo di descrivere uno stato di cose: nel caso questo stato di cose sia parte della realtà, l'enunciato sarà vero, in caso contrario sarà falso. Pertanto, comprendere un enunciato equivale a saper distinguere in *quali* circostanze l'enunciato descrive correttamente la realtà, e cioè, più semplicemente, in quali situazioni l'enunciato risulta vero e in quali risulta falso. È in questo senso che si identifica il significato di un enunciato con le sue condizioni di verità. Così, nel nostro esempio, afferrare il significato di *Leo sta correndo* equivale, idealmente, alla capacità di dire per ogni situazione possibile s con la quale fossimo messi a confronto: sì, alla luce della situazione s l'enunciato è vero; oppure: no, l'enunciato è falso. Sarebbe infatti per lo meno bizzarro sostenere che io conosco il significato dell'enunciato *Leo sta correndo* se, posto di fronte a una situazione in cui Leo sta visibilmente scrivendo una lettera, seduto alla propria scrivania, io affermassi che quell'enunciato è vero.

Prima di passare agli sviluppi di questa idea dovuti al logico polacco A. Tarski, due precisazioni risultano opportune. Anzitutto va notato che questo modo di collegare il significato di un enunciato alle sue condizioni di verità non comporta, ovviamente, che per conoscere il significato di un enunciato E si debba sapere se, *di fatto*, E è vero o falso. Per esempio, è molto probabile che io non sia in grado di dire se un enunciato come *A mezzogiorno del 2 agosto 1810 i gatti vivi erano in numero dispari*, e che non sia neanche in grado di indicare un metodo pratico per stabilirne la verità.

Quello che conta, però, è che *di principio* sono in grado di discriminare, almeno mentalmente, i due tipi di situazioni che renderebbero rispettivamente vero, o falso, quell'enunciato.

In secondo luogo, va notato che un'altra caratteristica di questo orientamento teorico consiste nel fatto che, proprio perchè si parla non della semplice verità o falsità di un enunciato, ma delle circostanze nelle quali esso sarebbe vero o falso, nel definire il concetto di condizioni di verità non si fa riferimento a un'unico "mondo" o stato di cose, ma a una pluralità di mondi o stati di cose possibili. Nella prossima scheda si cercherà di illustrare come questo requisito sia soddisfatto nelle cosiddette semantiche intensionali.

La convinzione di Tarski era che uno studio del genere potesse applicarsi esclusivamente alle lingue artificiali (come p. e. quella della teoria delle classi), e che le lingue naturali non si prestassero a questo tipo di trattamento. Successivamente, però, soprattutto per merito del logico statunitense R. Montague, il metodo tarskiano è stato esteso anche a tali lingue, e uno degli obiettivi del presente lavoro è proprio di mostrare come le espressioni temporali dell'italiano possano essere associate a opportune condizioni di verità.

Per il momento, occupiamoci però di un altro problema. Anche ammettendo che la definizione di significato in termini di condizioni di verità che abbiamo appena introdotto risulti intuitivamente chiara (cosa che non tutti i filosofi sono disposti ad ammettere), rimane comunque il fatto che ciò che ci serve è una definizione rigorosa di verità, pena la vaghezza della nostra semantica (il cui ruolo essenziale è appunto l'attribuzione di opportune condizioni di verità agli enunciati). Come si è già accennato, è grazie ai lavori di Tarski che, negli anni Trenta, prende corpo l'idea di uno studio formale dei meccanismi di interpretazione del linguaggio.

Tuttavia, prima di passare alla complessità delle lingue naturali, è opportuno fornire un esempio sufficientemente semplice di definizione ricorsiva delle condizioni di verità. Siccome la lingua della logica predicativa (o logica del "primo ordine") sarà alla base delle rappresentazioni semantiche che introdurremo in seguito, è a questa lingua che ci rivolgeremo a titolo di illustrazione.

Il linguaggio L della logica predicativa è così definito. Anzitutto abbiamo l'insieme T dei termini, dato dall'unione dell'insieme V , infinito numerabile, delle variabili individuali (qui rappresentate da x, y, z, \dots) e dell'insieme C (che può anche essere vuoto) delle costanti individuali, che qui rappresenteremo con a, b, c, \dots . Altre espressioni semplici di L sono i predicati, che, per n arbitrario, indicheremo con P_n, Q_n, R_n, \dots , (n sta per il numero di argomenti cui può essere applicato il predicato in questione).

Le formule atomiche di L sono del tipo

$P_n t_1 \dots t_n$ dove P_n è un predicato a n posti e t_1, \dots, t_n sono termini (cioè variabili o costanti individuali).

Per esempio, un enunciato atomico come

$P_2 ab$

asserisce l'esistenza della relazione a due posti P_2 fra gli oggetti a e b ed è assimilabile,

intuitivamente, a un enunciato del linguaggio naturale come 'a ama b'.

Le formule complesse sono ottenibili in questo modo:

se A e B sono formule, allora lo sono anche $\neg A$ (non si dà il caso che A), $A \wedge B$ (A e B), $A \vee B$ (A o B), $A \rightarrow B$ (se A allora B), $\forall xA$ (di ogni individuo x si dà il caso che A), $\exists xA$ (di qualche individuo x si dà il caso che A).

Veniamo ora all'interpretazione di L. La nozione fondamentale è quella di *struttura* (o *modello*), costituita da una coppia $M = \langle D, F \rangle$, dove D è un insieme di individui (il dominio o universo di discorso) e F una funzione (la funzione interpretazione) che assegna a ogni costante non logica del linguaggio opportune denotazioni. Più precisamente:

$$F(a) \in D$$

(Altrimenti detto, la denotazione della costante individuale a è un individuo del dominio.)

$$F(P_n) \subseteq D_n$$

(Se $n = 1$, allora la denotazione del predicato (p. e. il predicato corrispondente a 'correre') sarà un certo sottoinsieme del dominio (l'insieme degli individui che corrono, nel nostro esempio); se $n = 2$, allora la denotazione del predicato (p. e. il predicato corrispondente a 'amare') sarà un insieme di coppie ordinate (l'insieme delle coppie di individui $\langle u, v \rangle$ tali che u ama v , nel nostro esempio); se $n = 3$, allora la denotazione del predicato sarà un insieme di triple ordinate, e così via.)

Nel caso delle variabili, l'idea è di considerarle come dei pronomi di natura astratta, la cui interpretazione dipende ogni volta dal contesto. Formalmente, possiamo ottenere ciò ricorrendo a una funzione (la cosiddetta funzione assegnazione) g , che associa a ogni variabile x un certo individuo del dominio D :

$$g(x) \in D.$$

Sulla base di questi elementi è possibile definire sistematicamente, secondo le linee indicate da Tarski, il valore semantico, o denotazione, di un'espressione α in una struttura $M = \langle D, F \rangle$, rispetto a un'assegnazione g , denotazione che rappresenteremo

con $[\alpha]_{M,g}$. Avremo dunque:

$[x]_{M,g} = g(x)$ per ogni variabile individuale x ;

$[a]_{M,g} = F(a)$ per ogni costante individuale a ;

$[P_n]_{M,g} = F(P_n)$ per ogni costante predicativa P_n .

Il valore semantico di un enunciato è dato, in questa cornice teorica, da un valore di verità: il Vero (che rappresenteremo con 1) oppure il Falso (che rappresenteremo con 0). E se adesso ci chiediamo quale può essere una definizione di verità in L che rispetti i requisiti di rigore e adeguatezza indicati da Tarski, la risposta è fornita dalla seguente definizione ricorsiva di verità (rispetto a un modello M e una assegnazione g):

$$[[P_n t_1 \dots t_n]]_{M,g} = 1 \text{ se e solo se } \langle [t_1]_{M,g}, \dots, [t_n]_{M,g} \rangle \in [P_n]_{M,g}$$

$$[[\neg A]]_{M,g} = 1 \text{ se e solo se } [A]_{M,g} = 0$$

$$[[A \wedge B]]_{M,g} = 1 \text{ se e solo se } [A]_{M,g} = 1 \text{ e } [B]_{M,g} = 1$$

$[A \vee B]_{M,g} = 1$ se e solo se $[A]_{M,g} = 1$ o $[B]_{M,g} = 1$

$[A \rightarrow B]_{M,g} = 1$ se e solo se $[A]_{M,g} = 0$ o $[B]_{M,g} = 1$

$[\forall x A]_{M,g} = 1$ se e solo se, per ogni individuo u del dominio D , $[A]_{M,g[u/x]} = 1$, dove $g[u/x]$ associa alle variabili gli stessi valori che associa loro g , con la possibile eccezione che $g[u/x](x) = u$. (Così, ciò che questa clausola richiede, per la verità di $\forall x A$, è che ogni individuo del dominio soddisfi la formula A .)

$[\exists x A]_{M,g} = 1$ se e solo se, per qualche individuo u del dominio D , $[A]_{M,g[u/x]} = 1$. (Così, ciò che questa clausola richiede, per la verità di $\exists x A$, è che almeno un individuo del dominio soddisfi la formula A .)

Sulla base di questa definizione rigorosa di verità è poi possibile definire altre importanti nozioni logiche, fra le quali quella di validità di una formula (definita come la verità di quella formula in tutti i modelli) e di conseguenza (una formula A è una conseguenza di un insieme Γ di formule se e soltanto se in ogni modello in cui risultano vere tutte le formule di Γ risulta vera anche A).

